

15. Орлов А. И. Нечисловая статистика / А. И. Орлов. — М.: МЗ-Пресс, 2004. — 513 с.

16. Плошко Б. Г. История статистики: учеб. пособие / Б. Г. Плошко, И. И. Елисеева. — М.: Финансы и статистика, 1990. — 295 с.

17. Слуцкий Е. Е. Сэр Вильям Петти. Краткий очерк его экономических воззрений с приложением нескольких важнейших отрывков из его произведений / Слуцкий Е. Е. — К., 1914. — 48 с.

18. Слуцкий Е. Е. Теория корреляции и элементы учения о кривых распределения / Е. Е. Слуцкий. — Известия Киевского коммерческого института. — К., 1912. — Кн. XVI. — IV. — 208 с.

19. Факторный, кластерный и дискриминантный анализ / [Дж.-О. Ким, Ч. В. Мьюллер, В. Р. Клебка и др.]; пер. с англ. Под ред.

and similar papers at [core.ac.uk](http://core.ac.uk)

provided by Institutional Repository of Vadym Hetma

Е. В. Чекотовський. — К.: Знання, 2011. — 495 с.

21. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования: Изд. 2-ге, перераб. и доп. / Четыркин Е. М. — М.: Статистика, 1977. — 200 с.

22. Шеффе Г. Дисперсионный анализ / Г. Шеффе. — М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1980. — 512 с.

Стаття надійшла до редакції 13.05.2011 р.

УДК 519.86: 330.3

**В. Д. Дербенцев**, канд. екон. наук, доц.,  
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЧНОЇ СХИЛЬНОСТІ ДО ІНВЕСТИЦІЙ ТА ДИНАМІКИ ВВП

**АНОТАЦІЯ.** Робота присвячена питанням моделювання динаміки валового внутрішнього продукту залежно від граничної схильності до інвестицій, частки податків та зарплати у структурі ВВП, норми амортизації та параметрів виробничої функції. Знайдено чисельну оцінку нижньої межі граничної схильності до інвестування, що гарантує необхідні умови для економічного зростання.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА.** Модель динаміки ВВП, виробнича функція, гранична схильність до інвестицій.

**АННОТАЦИЯ.** Работа посвящена вопросам моделирования динамики валового внутреннего продукта в зависимости от предельной склонности к инвестициям, удельного веса налогов и зарплаты в структуре ВВП, нормы амортизации и параметров производственной функции. Найдена численная оценка нижней границы предельной склонности к ин-

вестированию, которая гарантирует необходимые условия для экономического роста.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Модель динамики ВВП, производственная функция, предельная склонность к инвестициям.

**ANNOTATION.** This work is devoted to the modeling dynamics of gross domestic product, depending on the marginal propensity of investment, the share of taxes and wages in GDP, the depreciation rate and the parameters of the production function. The numerical estimate of the lower boundary of the marginal propensity of investment, which guarantees the necessary conditions for economic growth is found.

**KEYWORDS.** Model of the dynamics of GDP, production function, marginal propensity of investment.

## Вступ

Незважаючи на те, що існування причинно-наслідкового зв'язку між інвестиціями та економічним зростанням є загально-визнаним фактом, існують різні точки зору щодо механізму впливу інвестицій на економічний ріст. Одна з точок зору полягає в тому, що чим більше країна нагромаджує, тим вище темпи зростання її економіки. Згідно з іншою точкою зору, високий попит призводить до зростання виробництва, що змушує фірми здійснювати інвестиції; з іншого боку, чим вищі доходи, тим більше країна заощаджує, і, отже, може інвестувати.

Механізм взаємодії економічного зростання та інвестицій, сформульований лауреатом Нобелівської премії П. Самуельсоном у вигляді «принципу акселератора» полягає в тому, що зростання реального ВВП призводить до зростання реальних інвестицій (оскільки інвестиції є складовою ВВП), у свою чергу зростання реальних інвестицій призводить до зростання ВВП [1] у наступний період часу.

Не акцентуючи увагу на теоретичних аспектах цієї дискусії, зауважимо, що численні емпіричні дослідження як щодо найбільших розвинених економік, так і країн з перехідною економікою за період 1961—2005 рр. підтверджують тісний статистичний зв'язок між обсягами інвестицій та зростанням ВВП [2]. Так, зокрема, коефіцієнти кореляції темпів зростання реального ВВП і реальних інвестицій за розглянутий 45-річний період у найбільших розвинених економіках виявилися близькими до одиниці. Окрім цього, для різних періодів та країн світу з'ясувалось, що якщо питома вага валових інвестицій (нагромадження основного капіталу) менша 20 % ВВП, то економічне зростання стає майже неможливим, бажаним є значення 25—30 % ВВП та більше.

Метою цієї роботи є здійснення кількісної оцінки граничної межі схильності до інвестицій за допомогою апарату виробничих функцій (ВФ), нижче якої за рівних інших умов економічне зростання для України стає не можливим.

**Основні результати.** Необхідно зауважити, що використання класичних ВФ як для аналізу економіки України, так і інших пострадянських країн, пов'язано з низкою проблем, які, зокрема, полягають в одержанні результатів, що не мають економічного сенсу [3—9]. Тому для з'ясування кількісного взаємозв'язку між інвестиціями та ВВП нами було проаналізовано альтернативні ВФ із різними наборами факторів та кількістю лагів у різницевій формі та на підставі статистичного та економічного аналізу остаточно було обрано таку специфікацію, у якій в якості приросту ВВП у момент часу  $t + 1$  за рахунок капіталу обрано обсяг інвестицій у попередній момент часу  $I(t)$ , а в якості приросту ВВП за рахунок праці — приріст реальної заробітної плати  $\Delta wL(t)$  (доцільність використання в якості праці заробітної плати у ВФ обґрунтовано, зокрема, у [6—9]):

$$\Delta Y(t) = a_1 I(t) + a_2 \Delta wL(t), \quad (1)$$

де  $\Delta Y(t) = Y(t+1) - Y(t)$  — приріст реального ВВП;

$\Delta wL(t) = wL(t+1) - wL(t)$  — приріст реальної заробітної плати;

$a_1, a_2$  — параметри моделі, МНК оцінка яких за річними статистичними даними за період 2000—2008 рр. дала такі результати:  $a_1 = 0,109, a_2 = 1,083, R^2 = 0,87$ .

Для здійснення чисельних розрахунків з використанням ВФ (1) необхідно прийняти ряд додаткових гіпотез щодо взаємозв'язку між ВВП та інвестиціями і заробітною платою у поточному та наступному періодах часу (роках).

Що стосується заробітної плати, то у державному секторі фонд оплати праці в наступному періоді залежить від ресурсів та параметрів державного бюджету (який має бути прийнятий наприкінці поточного періоду), тому цілком природним є оцінка фонду оплати праці на наступний рік як частки ВВП поточного року, або як частки прогнозованого на наступний період обсягу ВВП. У недержавному ж секторі оплата праці залежить від ринкової кон'юнктури, і тому кількість зайнятих та фонд оплати праці формуються в такий спосіб, щоб максимізувати сумарний прибуток підприємств.

Враховуючи реалії національної економіки, можна припустити, що в недержавному секторі, при встановленні принаймні офіційного рівня оплати праці, підприємці орієнтуються на рівень

оплати праці в державному секторі, офіційну мінімальну та середню зарплату та пенсію, прожитковий мінімум тощо.

Таким чином, фонд оплати праці на наступний рік визначається по результатах поточного року, тому в моделі було прийнято:

$$wL(t+1) = \sigma Y(t), \quad (2)$$

де  $\sigma$  — питома вага зарплати у ВВП минулого періоду.

Тепер розглянемо механізм здійснення інвестицій. Оскільки левова частка інвестицій здійснюється за рахунок власних коштів підприємств (за офіційними даними Держкомстату — в середньому 60 % від загального обсягу [10]), тому будемо вважати, що інвестиції є часткою валового прибутку  $Inc(t)$  [13]:

$$I(t) = mInc(t) \quad (3)$$

Тут  $0 \leq m \leq 1$  — схильність до інвестицій.

Знайдемо прибуток із балансового співвідношення:

$$Y(t) = A(t) + wL(t) + T(t) + Inc(t), \quad (4)$$

де  $A(t)$  — амортизація основних фондів (споживання осново капіталу);

$T(t)$  — податки.

Зауважимо, що обсяг амортизаційних відрахувань розраховують як добуток коефіцієнта середньої норми амортизаційних відрахувань (який, зазвичай, знаходиться в межах  $3 \div 5$  % від вартості основних фондів) на середньорічну вартість основних фондів [12, 13]. При цьому, згідно з методологією системи національних рахунків (СНР), обсяги споживання основного капіталу відображають обсяги амортизаційних відрахувань у цілому по економіці.

Але, враховуючи суттєві розбіжності в оцінці вартості основних фондів Держкомстатом та незалежними дослідниками (наприклад, [5]), прийнемо амортизацію як частку від ВВП (яка складає близько 10 %, табл. 1):

$$A(t) = \varepsilon Y(t). \quad (5)$$

Позначимо через  $\omega = \frac{T(t)}{Y(t)}$  — питому вагу податків у ВВП. То-

ді з урахуванням введених позначень прибуток з рівняння (4) буде дорівнювати:

$$Inc(t) = (1 - \omega - \varepsilon)Y(t) - \sigma Y(t-1). \quad (6)$$

Таким чином, обсяг інвестицій в році  $t$  з урахуванням (3) та (6) буде дорівнювати:

$$I(t) = m(1 - \omega - \varepsilon)Y(t) - \sigma m Y(t-1), \quad (7)$$

а приріст зарплати з урахуванням (2):

$$\Delta wL(t) = wL(t+1) - wL(t) = \sigma[Y(t) - Y(t-1)]. \quad (8)$$

Підставивши вирази (7) та (8) у ВФ (1) та привівши подібні доданки при  $Y(t)$  та  $Y(t-1)$  дістанемо різницеве рівняння 2-го порядку:

$$Y(t+1) - [1 + a_1 m(1 - \omega - \varepsilon) + a_2 \sigma]Y(t) + \sigma[a_1 m + a_2]Y(t-1) = 0. \quad (9)$$

Будемо вважати, що на протязі деякого проміжку часу (принаймні на протязі 1—2 років) параметри моделі  $m, \omega, \varepsilon, \sigma$  змінюються несуттєво (тобто є майже постійними). Тоді рівняння (9) є різницеvim рівнянням 2-го порядку з постійними коефіцієнтами. Будемо шукати його розв'язок у вигляді [14]:

$$Y(t) = z^t. \quad (10)$$

Тоді

$$Y(t+1) = z^{t+1}, \quad Y(t-1) = z^{t-1}.$$

Таким чином, одержимо таке характеристичне рівняння:

$$z^2 - pz + q = 0, \quad (11)$$

де

$$\begin{cases} p = 1 + a_1 m(1 - \omega - \varepsilon) + a_2 \sigma \\ q = \sigma(a_1 m + a_2) \end{cases}. \quad (12)$$

Розв'язки рівняння (11) можуть бути як дійсними, так і комплексними. Розглянемо дискримінант рівняння (11).

$$D = p^2 - 4q = [1 + a_1 m(1 - \omega - \varepsilon) + a_2 \sigma]^2 - 4(a_1 m + a_2)\sigma.$$

Параметр  $m$ , що характеризує схильність до інвестицій, може змінюватись у межах від 0 до 1. Проаналізуємо граничні випадки:

$$\text{при } m = 0 \quad D = [1 + a_2 \sigma]^2 - 4a_2 \sigma = [1 - a_2 \sigma]^2 \geq 0;$$

при  $m=1$  для чисельних значень параметрів  $a_1, a_2, \omega, \varepsilon, \sigma$  за період нашого аналізу (2005—2009 рр.) дискримінант

$$D = [1 + a_1(1 - \omega - \varepsilon) + a_2\sigma]^2 - 4\sigma(a_1 + a_2),$$

також буде додатнім, у чому можна перекоонатись безпосередньою підстановкою чисельних значень параметрів (табл. 1).

Таблиця 1

**ПЕРВИННІ МАКРОПОКАЗНИКИ  
У ФАКТИЧНИХ ЦІНАХ, млн грн [10], ТА ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ**

		2005	2006	2007	2008	2009
ВВП	(1)	441 452	544 153	720 731	949 864	914 720
Оплата праці	(2)	216 600	268 631	351 936	470 464	451 343
Податки	(3)		73 486	87 841	116 782	115 326
Прибуток	(4)	168 775	202 036	280 954	366 034	346 676
Інвестиції (валове нагромадження основного капіталу)	(5)	96 965	133 874	203 318	264 883	167 644
Споживання основного капіталу (амортизація)	(6)	46 441	58 265	73 071	87 914	107 204
Похідні показники						
	Середнє					
$\sigma = (2)/(1)$	0,4923	0,4907	0,4937	0,4883	0,4953	0,4934
$\omega = (3)/(1)$	0,1266	0,1270	0,1350	0,1219	0,1229	0,1261
$\varepsilon = (6)/(1)$	0,1047	0,1052	0,1071	0,1014	0,0926	0,1172
$\varepsilon_1 = (5)/(6)$	2,2680	1,9184	2,2977	2,7145	2,8455	1,5638
$\gamma = (4)/(1)$	0,3816	0,3823	0,3713	0,3898	0,3854	0,3790
$m = (5)/(4)$	0,6336	0,5745	0,6626	0,7237	0,7237	0,4836
$m_1 = (5)/(1)$	0,2375	0,2197	0,2460	0,2752	0,2634	0,1833

Отже, розв'язки рівняння (11) будуть дійсними та різними, нехай при цьому для визначеності  $z_1 < z_2$ . Тоді загальний розв'язок рівняння (9) буде дорівнювати [14]:

$$Y(t) = c_1 z_1^t + c_2 z_2^t, \quad (13)$$

де  $c_1, c_2$  — довільні константи, для знаходження яких необхідно задати початкові умови:

$$t = 0, Y(0) = c_1 + c_2, \quad t = -1, Y(-1) = \frac{c_1}{z_1} + \frac{c_2}{z_2}. \quad (14)$$

Нас буде цікавити випадок, при яких значення параметрів моделі за рівних інших умов буде можливе економічне зростання (або існують для цього потенційні можливості), тобто:

$$\frac{Y(t+1)}{Y(t)} < 1. \quad (15)$$

Валові інвестиції — це вся сума витрат на капітал. Вони складаються з амортизаційних відрахувань і додаткових вкладень у виробництво за рахунок прибутку. Чисті інвестиції являють собою валові інвестиції за мінусом амортизаційних відрахувань. Необхідно зауважити, що за рядом обставин українські підприємства не використовують весь обсяг амортизаційних відрахувань для інвестицій в основний капітал. Так, зокрема, за деякими оцінками близько 40 % амортизаційних відрахувань використовуються не за призначенням [5, 11, 15]. Це призведе до зниження інвестиційного потенціалу економіки, а з методологічної точки зору до значних похибок при оцінці чистих інвестицій.

За рахунок амортизаційних відрахувань відбувається лише відшкодування вкладеного у виробництво капіталу, тому економічне зростання відбувається тільки тоді, коли валові інвестиції перевищують амортизаційні відрахування, тобто мають місце позитивні чисті інвестиції:

$$I(t) \geq A(t). \quad (16)$$

Проаналізуємо за допомогою моделі (9) ще одну необхідну (але не достатню) умову можливості економічного росту: це є вимога того, щоб приріст ВВП був принаймні не менший за амортизацію основних фондів, тобто:

$$\Delta Y(t) = Y(t+1) - Y(t) \geq A(t+1) = \varepsilon Y(t+1). \quad (17)$$

З урахуванням (15) умова (17) прийме вигляд:

$$z \geq \frac{1}{1 - \varepsilon}. \quad (18)$$

Отже, умова (18) еквівалентна тому, що більший корінь характеристичного рівняння (11) має бути:

$$z_2 = \frac{p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \geq \frac{1}{1 - \varepsilon}, \quad (19)$$

або, підставивши у (19) вирази для  $p$ ,  $q$  з (12) після нескладних перетворень одержимо, що ця умова рівносильна такій:

$$a_1 m(1 - \omega - \varepsilon) + a_2 \sigma \geq \sigma(a_1 m + a_2)(1 - \varepsilon) + \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (20)$$

Привівши подібні при  $m$  остаточно одержимо:

$$a_1 m(1 - \omega - \varepsilon - \sigma + \varepsilon \sigma) \geq \varepsilon \left( \frac{1}{1 - \varepsilon} - a_2 \sigma \right). \quad (21)$$

Таким чином, умова наявності необхідних чинників для економічного зростання (15) є еквівалентною тому, що схильність до інвестицій  $m$  має бути не меншою, ніж:

$$m \geq \frac{\varepsilon \left( \frac{1}{1 - \varepsilon} - a_2 \sigma \right)}{a_1(1 - \omega - \varepsilon - \sigma + \varepsilon \sigma)}. \quad (22)$$

Для чисельної оцінки нижньої межі граничної схильності до інвестицій, що гарантує принаймні необхідні умови для можливості економічного зростання за формулою (22), було використано середні значення для параметрів моделі за період 2005—2009 рр. (табл. 1) та значення параметрів виробничої функції (1). При цьому, враховуючи наведені зауваження щодо нецільового використання амортизаційних відрахувань, що за деякими оцінками складають близько 40 %, в якості норми амортизації для розрахунків ми використали значення  $0,6 \approx 0,06$ .

У результаті було одержано значення

$$m = \frac{I(t)}{Inc(t)} \geq 0,66, \quad (23)$$

тобто щонайменше дві третини прибутку необхідно спрямовувати на інвестиції.

Оскільки питома вага прибутку у ВВП ( $\gamma$ ) є відносно стійкою (табл. 1)



$$\gamma = \frac{Inc(t)}{Y(t)} \cong 0,38,$$

то питома вага валових інвестицій у ВВП (валового нагромадження основного капіталу) буде дорівнювати

$$m1 = \frac{I(t)}{Y(t)} = \frac{I(t)}{Inc(t)} \frac{Inc(t)}{Y(t)} = m\gamma = 0,66 \times 0,38 = 0,25. \quad (24)$$

*Висновки.* Таким чином, згідно з нашими розрахунками, за рівних інших умов питома вага валових інвестицій в основний капітал у ВВП має бути не меншою 25 % від ВВП. Згідно з одержаними результатами при збереженні існуючих тенденцій (та співвідношень між досліджуваними макропоказниками) для забезпечення необхідних умов для економічного росту принаймні дві третини прибутку підприємства мають інвестувати в основний капітал. Проте, як можна побачити з табл.1, ця умова виконувалась лише у 2007—2008 рр., у 2009—2010 рр. ситуація значно погіршилась.

Підсумовуючи, зауважимо, що побудовану модель (9) можна використовувати як складову в системі інших моделей для варіантних розрахунків прогнозованого значення ВВП, у якій в якості екзогенних змінних є параметри, що характеризують сценарії макроекономічної політики (інвестиційної, податкової, політики в галузі оплати праці тощо).

## ***Література***

1. Самуельсон П., Нордхаус В. Экономика. — М.: Вильямс, 2007. — 1360 с.
2. Мировая экономика: прогноз до 2020 года / Под ред. акад. А. А. Дынкина / ИМЭО РАН. — М.: Магистр, 2007. — 429 с.
3. Суворов Н. В. Методы и результаты макроэкономического анализа эффективности производства в реальном секторе отечественной экономики // Проблемы прогнозирования. — № 3. — 2008. — С. 3—17.
4. Балацкий Е. В. Оценка объема потенциального ВВП // Проблемы прогнозирования. — № 1. — 2000. — С. 39—48.
5. Алексеев А. А., Алексеев Д. А. Практичні моделі макроекономіки. — К.: Наукова думка, 2006. — 266 с.
6. Шумська С. С. Інструмент виробничої функції в дослідженні української економіки // Економіка та прогнозування. — № 4. — 2007. — С.104—123.

7. Дунаев Б. Б. Модель расчета валового внутреннего продукта как функции труда и капитала // Кибернетика и системный анализ. — № 1. — 2004. — С. 104—116.

8. Дербенцев В. Д. Аналіз середньострокових тенденцій економічного росту національної економіки за допомогою односекторної моделі // Моделювання та інформаційні системи в економіці. Зб. наук. праць. Вип. 80. — К.: КНЕУ, 2009. — С. 62—74.

9. Накоряков В. Е., Гаснемо В. Г. Математическая модель плановой экономики // Экономика и математические методы. — 2002. — Т. 38. — № 2. — С. 118—124.

10. Офіційний веб сайт Держкомстату України: <http://www.ukrstat.gov.ua>

11. Геєць В. Ринкова трансформація в 1991—2000 роках: здобутки, труднощі, уроки // Вісник НАНУ. — 2002. — № 2.

12. Калюжный В. В. Закономерности воспроизводства основного капитала // (Сб. науч. ст. «Новое в экономической кибернетике»). Под общ. ред. Лысенко Ю. Г. — Донецк: ДонНУ, 2005. — № 4. — С. 5—21.

13. Прогнозування і розробка програм: Метод. посіб. / В. Ф. Беседін та ін. За заг. ред. В. Ф. Беседіна. — К.: Наук. світ, 2000. — 468 с.

14. Гноенский Л. С., Каменский Г. А., Эльсгольц Л. Э. Математические основы теории управляемых систем. — М.: Наука, 1969. — 512 с.

15. Стратегические вызовы XXI столетия обществу и экономике Украины: В 3 т. / За ред. акад. НАН Украины В. М. Гейца, акад. НАН Украины В. П. Семиноженко, чл.-кор. НАН Украины Б. Е. Кваснюка. — К.: Институт экономики и прогнозирования НАН Украины, 2007. — Т. 3. Конкурентоспособность украинской экономики. — 556 с.

Стаття надійшла до редакції 16.05.2011 р.

УДК:331.17:336.713(477)

**В. К. Галіцин**, д-р екон. наук, проф.,

**О. Ю. Козак**, аспірант кафедри

інформаційного менеджменту,

ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ ПРОЦЕНТНОГО ДОХОДУ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

**АНОТАЦІЯ.** Стаття присвячена оцінюванню основоположного для діяльності комерційного банку показника — процентного доходу з використанням одного з найефективніших фінансових інструментів — ГЕП у взаємозв'язку з певною структурою активів і пасивів банку.